

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике 2023-2024 гг.

7 класс

Решения и критерии

Задание 1. С днем рождения

Экспериментаторы Баг и Глюк, братья-близнецы, решили подарить друг другу торты в честь дня рождения. Как самые настоящие экспериментаторы, они отказались от идеи купить подарок в магазине и взялись за дело сами. Бисквиты братья выпекали по одному и тому же рецепту из одинакового количества продуктов, однако дальнейшие методики разошлись: Баг разрезал бисквит на три части, пропитывал коржи сиропом и использовал взбитые сливки в качестве крема, а Глюк — разрезал на два коржа, ничем не пропитывал и выбрал заварной крем. Плотность заварного крема больше плотности взбитых сливок на 88%, а плотность сухого бисквита меньше плотности взбитых сливок на 30%. Также известно, что у Бага крема по толщине в полтора раза меньше, чем бисквита. Рассчитайте, во сколько раз толщина одного слоя взбитых сливок больше толщины одного слоя заварного крема, если средние плотности тортов оказались одинаковыми.

Считать, что при пропитке бисквит увеличивается по массе в два раза, не меняясь в объеме, а боковую и верхнюю поверхности тортов братья не украшали кремом.

Возможное решение

1. Обозначим толщину бисквита за $6x$, тогда у Бага получилось три коржа толщиной $2x$ каждый, а у Глюка — два коржа толщиной $3x$ каждый. Отсюда определяем, что у Бага толщина одного слоя крема равна $2x$.
2. Пусть плотность взбитых сливок равна ρ . Тогда плотность сухого бисквита равна 0.7ρ , плотность пропитанного сиропом бисквита — $2 \cdot 0.7\rho = 1.4\rho$, плотность заварного крема — 1.88ρ .
3. Пусть площадь сечения торта равна S . Тогда средняя плотность торта Бага равна:

$$\rho_{cp} = (6xS \cdot 1.4\rho + 2 \cdot 2xS \cdot \rho) / (6xS + 2 \cdot 2xS) = 1.24\rho$$

4. Обозначим за h толщину слоя взбитых сливок. Тогда средняя плотность торта Глюка равна $\rho_{cp} = (6xS \cdot 0.7\rho + hS \cdot 1.88\rho) / (6xS + hS) = (4.2x + 1.88h) / (6x + h) \cdot \rho$
5. Приравнивая полученные выражения для средних плотностей, получаем: $1.24 = (4.2x + 1.88h) / (6x + h)$, откуда находим $h \approx 5x$. Искомая величина — отношение толщины слоя взбитых сливок к толщине слоя заварного крема равна $h/(2x) \approx 2.5$.

Критерии оценивания:

- 1) Определена толщина коржей и крема — 2 балла.
- 2) Плотности сухого и пропитанного бисквитов, заварного крема взбитых сливок записаны друг через друга — 1 балл.
- 3) Выражены средние плотности — по 2 балла, всего 4 балла за пункт.
- 4) Получено отношение толщины слоя взбитых сливок к толщине слоя заварного крема — 3 балла.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 2. Велотрек в Простоквашино

Почтальон Печкин, обзаведясь велосипедом, стал много времени проводить на велотреке. Однажды вечером он решил провести серию экспериментов, а именно измерить, кому сколько времени потребуется для преодоления одного круга. Расположившись на трибуне, он начал наблюдать. Начал он с велосипедиста, едущего со скоростью 22 фут/с, затем измерил время, которое понадобилось Шарику, бегущему со скоростью 7 миль/час. Затем почтальон решил измерить время полета мухи, которая увязалась за Шариком и летела со скоростью 3 узла. Наконец Печкин обратил внимание на черепаху, которая доползла от старта до финиша со скоростью 1016 ярд/час. Проведя все измерения и перекусив 3 бутербродами, Печкин взглянул на часы и обнаружил, что прошло уже полчаса. Рассчитайте, сколько минут Печкину требуется, чтобы съесть один бутерброд, считая, что все время пошло только на измерения и перекус. Ответ дайте с точностью до десятых.

Для решения используйте следующую справочную информацию:

- Длина трека равна 10 000 дюймов;
- Узел — морская единица измерения скорости, равная одной морской миле в час;

- 1 миля = 0.87 морских миль;
- 1 морская миля = 2 025 ярдов;
- 1 км = 0.62 миль;
- 1 ярд = 3 фута;
- 1 дюйм = 2.54 см.

Возможное решение

1. Рассчитаем длину трека в метрах: $L = 10\,000 \cdot 2.54 / 100 = 254 \text{ м}$.

2. Рассчитаем скорости персонажей в м/мин:

Велосипедист: $v = 22 / (3 \cdot 2\,025 \cdot 0.87 \cdot 0.62) \cdot 1\,000 \cdot 60 = 402.8 \text{ м/мин}$

Шарик: $v = 7 \cdot 1\,000 / (0.62 \cdot 60) = 188.2 \text{ м/мин}$

Муха: $v = 3 / (60 \cdot 0.87 \cdot 0.62) \cdot 1\,000 = 92.7 \text{ м/мин}$

Черепаша: $v = 1\,016 / (2\,025 \cdot 0.87 \cdot 0.62 \cdot 60) \cdot 1\,000 = 15.3 \text{ м/мин}$

3. Определим время, за которое все персонажи преодолевали один круг:

Велосипедист: $t = 254 / 402.8 = 0.6 \text{ мин}$

Шарик: $t = 254 / 188.2 = 1.3 \text{ мин}$

Муха: $t = 254 / 92.7 = 2.7 \text{ мин}$

Черепаша: $t = 254 / 15.5 = 16.4 \text{ мин}$

Суммарное время измерений: $t = 0.6 + 1.3 + 2.7 + 16.4 = 21 \text{ мин}$

4. Получаем, что время, затраченное на поедание трех бутербродов, равно $t = 30 - 21 = 9 \text{ мин}$. Отсюда получаем, что на одного бутерброда Печкину требуется $9 / 3 = 3 \text{ мин}$.

Критерии оценивания:

- 1) Длина трека переведена в метры/сантиметры — 1 балл.
- 2) Скорости героев задачи выражены через метры/сантиметры и часы/минуты/секунды — по 0.75 балла, всего 4 балла за пункт.
- 3) Для каждого героя рассчитано время преодоления трека — по 0.75 балла, всего 4 балла за пункт.
- 4) Получен верный ответ — 1 балл.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 3. Пас! Пас!

Одним солнечным летним днём три друга Вася, Петя и Коля решили поиграть в «собачки». В игре есть два пасующих и один перехватывающий. Задача перехватывающего — перехватить мяч между пасующими или же отобрать мяч из рук противника. Задача пасующих — не позволить перехватывающему это сделать. Друзья договорились, что пасующими сначала будут Вася и Коля, а Петя будет перехватывающим. Вася и Коля умеют точно пасоваться между собой только, если расстояние между ними $\leq L_1$ ($L_1 = 14$ м). Если же пас был отдан слишком близко к Пете, то есть расстояние между пасующим и Петей оказалось $\leq L_2$ ($L_2 = 1$ м), то пас перехватывается. Пусть скорости Васи и Коли постоянны и равны $V = 3$ м/с. Исходное положение такое, что расстояние между Васей и Колей $S = 20$ м, а Петя стоит ровно между ними. Исходно мяч находится у Васи.

Определите минимальную скорость Пети V_{min} , при которой мяч гарантированно перехватывается (или забирается из рук) на первом же пасе (или до него).

Возможное решение

1) Первое замечание: Коле не имеет смысла отбегать от Васи, так как это ограничивает возможности для совершения передачи, вынуждая при этом Васю двигаться навстречу Пете. При этом понятно, что Петя должен бежать к Васе в любом случае.

2) Второе замечание: тогда возможно лишь две ситуации. Первая ситуация: Вася отбегает от Пети, чтобы Коля успел приблизиться на достаточную дистанцию для передачи. Вторая ситуация: Вася идёт навстречу Пете, одновременно сближаясь при этом с Колей, чтобы быстрее отдать передачу. Рассмотрим каждую ситуацию более подробно.

3) Разбор первой ситуации. Допустим, что скорости Васи и Коли равны и больше скорости Пети. При таком движении они могут убежать от Пети, сохраняя дистанцию между собой. Убежав на достаточное расстояние (Петя будет уже далеко), им не составит труда спокойно отдать друг другу пас. Соответственно, обратная ситуация: если скорость Пети хоть сколько-нибудь больше скорости Васи и Коли — рано или поздно он догонит Васю и заберёт мяч.

Соответственно можем записать минимальную скорость Пети, при котором происходит перехват в первой ситуации: $V_{min,1} = 3$ м/с.

4) Разбор второй ситуации. Рассчитаем необходимое время t_1 на сближение Васи и Коли: $t_1 = \frac{s-L_1}{2V} = \frac{20\text{ м} - 14\text{ м}}{2 \cdot 3\text{ м/с}} = 1\text{ с}$.

Петя же от Васи при таком движении будет находиться на расстоянии x : $x = \frac{s}{2} - (V + V_{\text{Пети}}) \cdot t_1$.

Граничное условие — расстояние, на котором должен будет находиться Петя — расстояние, на котором он сможет перехватить передачу — то есть: $L_2 = \frac{s}{2} - (V + V_{\text{Пети min 2}}) \cdot t_1$.

Отсюда получаем значение минимальной скорости Пети во второй ситуации:

$$V_{\text{min,2}} = \frac{\frac{s}{2} - L_2}{t_1} - V = \frac{10\text{ м} - 1\text{ м}}{1\text{ с}} - 3\text{ м/с} = 6\text{ м/с}.$$

5) Получив минимальные значения скоростей для двух ситуаций, мы должны выбрать наибольшую, так как по условию сказано, что мяч должен забираться гарантированно на первом псе или до него. Итоговый ответ: $V_{\text{min}} = 6\text{ м/с}$.

Критерии оценивания:

- 1) Разделение задачи на две возможные ситуации, указанные в п. 3 и 4 — 1 балл.
- 2) Найдено значение минимальной скорости в первой ситуации — 1 балл.
- 3) Правильное рассмотрение второй ситуации:

Правильно записано выражение для необходимого времени для сближения t_1 — 1 балл.

Правильно записано выражение для расстояния между Васей и Петей x — 1 балл.

Правильно рассмотрен граничный случай ($x = L_2$) — 1 балл.

Найдено значение минимальной скорости во второй ситуации — 2 балла.

- 4) Итоговый ответ:

Указание того, что из двух скоростей надо взять минимальную, — 1 балл.

Правильное буквенное выражение — 1 балл.

Правильный численный ответ — 1 балл.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 4. Раствор спирта

Юный экспериментатор Ваня проводил опыты по смешиванию воды со спиртом. Чистый этиловый спирт существовать не может — он сразу же растворяет в себе некоторое количество воды, поэтому Ваня использовал 95%-ный (по массе) водный раствор спирта, т.е. в каждом 100 г такого раствора содержится 95 г спирта и 5 г воды. В каждом опыте он сливал вместе некоторые массы 95%-ного раствора спирта и воды и измерял объем получившегося раствора. Ваня аккуратно записал все свои измерения в таблицу.

m (95% раствор спирта), г	m (вода), г	V (смеси), мл	m (95% раствор спирта), г	m (вода), г	V (смеси), мл
50	427	486	100	75	194
50	190	248	100	63	183
50	111	169	100	41	162
50	71	130	100	24	147
50	56	115	100	11	135

- 1) Какую массу воды и 95%-ного раствора спирта надо смешать, чтобы получить 200 мл 50%-ного раствора спирта?
- 2) Оцените, чему равна плотность чистого спирта (100%-ного).

Возможное решение

Как можно заметить, плотность спиртового раствора — не постоянная величина, а зависит от концентрации спирта в растворе. Действительно, рассчитаем, исходя из приведенных в условии данных, массу раствора и его плотность, а также массовую концентрацию спирта по следующим формулам:

$$m(\text{смеси}) = m(\text{95\% раствор спирта}) + m(\text{вода}),$$

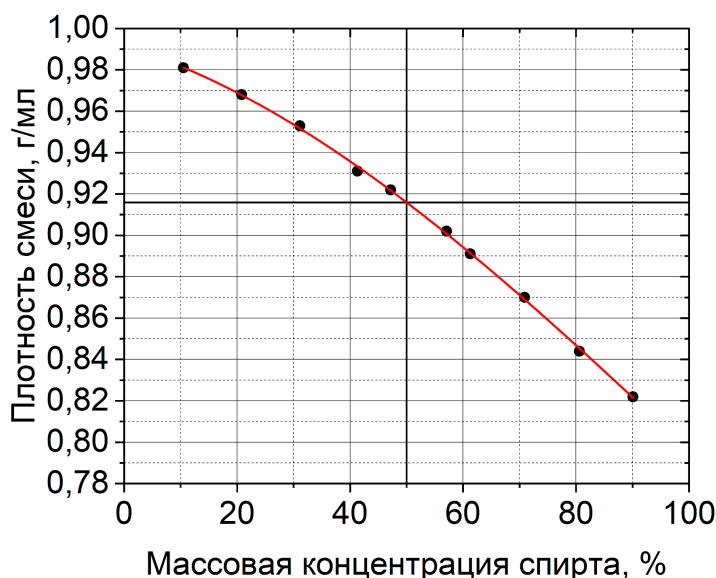
$$\text{Концентрация} = m(\text{95\% раствор спирта}) / m(\text{смеси}) \cdot 100\%,$$

$$\rho(\text{смеси}) = m(\text{смеси}) / V(\text{смеси}).$$

m (смеси), г	V (смеси), мл	Концент рация, %	ρ (смеси), г/мл	m (смеси), г	V (смеси), мл	Конц ентра ция, %	ρ (смеси), г/мл
477	486	10,5	0,981	175	194	57,1	0,902
240	248	20,8	0,968	163	183	61,3	0,891

161	169	31,1	0,953	141	162	70,9	0,870
121	130	41,3	0,931	124	147	80,6	0,844
106	115	47,2	0,922	111	135	90,1	0,822

Построим график зависимости плотности смеси от концентрации спирта.



По графику определим плотность смеси при концентрации 50% — 0,916 г/мл. Поскольку по условию объем смеси составляет 200 мл, то масса смеси будет равна 183,2 г, из которой 50%, т.е. 91,6 г, составляет чистый спирт. Этот чистый спирт образует 95% раствора спирта, поэтому необходимая масса раствора равна $91,6 / 0,95 = 96,4$ г. Следовательно, масса дополнительной воды равна $183,2 - 96,4 = 86,8$ г.

Оценить плотность чистого спирта можно по графику, продолжив его до значения массовой концентрации 100%. Получается плотность 0,78 г/мл.

Верными ответами на задание следует считать следующие значения массы 95%-ного раствора спирта — [96; 97] г, массы воды — [86; 87], плотности чистого спирта — [0,78; 0,80] г/мл.

Критерии оценивания:

- 1) Указано, что плотность смеси зависит от концентрации спирта, — 1 балл.
- 2) Рассчитаны плотности смеси и массовые концентрации спирта — 2 балла.
- 3) Построен график зависимости плотности смеси от концентрации спирта (или наоборот) — 2 балла.

- 4) По графику верно определено значение плотности смеси при концентрации спирта 50% — 1 балл. Если это значение получено без построения графика, но с использованием обоснованной аппроксимации табличных данных (например, с помощью линейной аппроксимации), то за данный пункт стоит ставить полный балл, а за предыдущий (построение графика) — 0 баллов.
- 5) Верно рассчитана требуемая масса 95%-ного раствора спирта — 1 балл.
- 6) Верно рассчитана требуемая масса воды — 1 балл.
- 7) Верно оценена плотность чистого спирта — 2 балла.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Максимальный балл за олимпиаду: 40 баллов.